

Sistemas Automáticos

Control mediante síntesis frecuencial

D. Tardioli, A. R. Mosteo

Centro Universitario de la Defensa

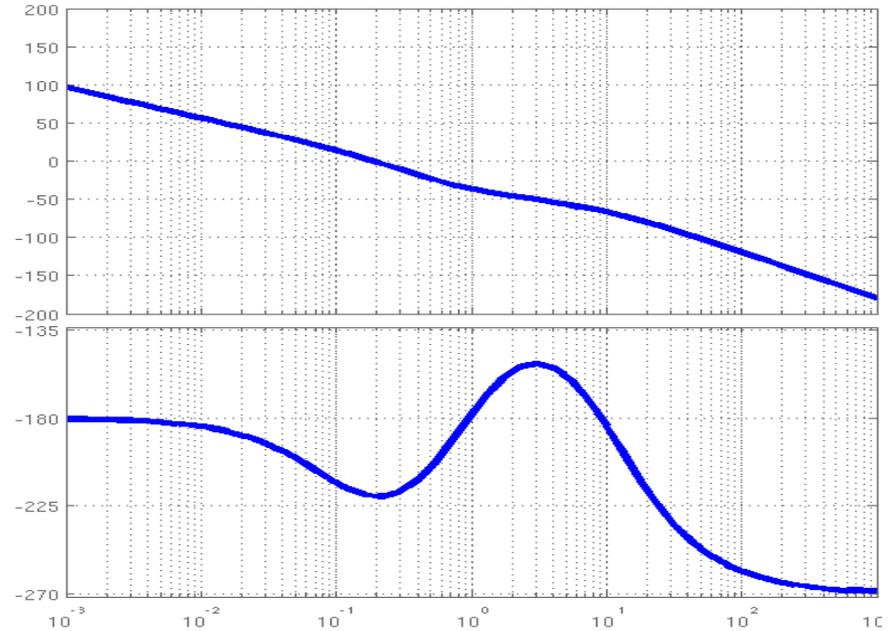
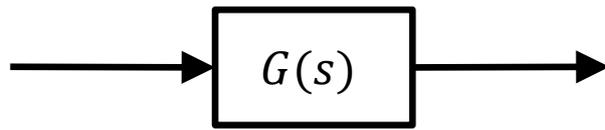
Academia General Militar

Objetivos

- Interpretación de **requisitos** frecuenciales
- **Interrelaciones** entre los parámetros
 - Parámetros **frecuenciales** de **cadena directa**
 - Parámetros **frecuenciales** de **bucle cerrado**
 - Parámetros **temporales** de **bucle cerrado**
- Control basado en **técnicas frecuenciales**
 - Ajuste de la **ganancia**

Relaciones entre B.A. y B.C.

- Se estudia Bode de la planta en bucle abierto



$$\omega_C, M_F \Rightarrow \zeta$$



- Consecuencias frecuenciales y temporales en B.C.

Frecuenciales B.A. – temporales B.C.

- Características de la respuesta temporal de B.C.
- Suponiendo que la respuesta es de 2º orden
 - **Frecuencia crítica**

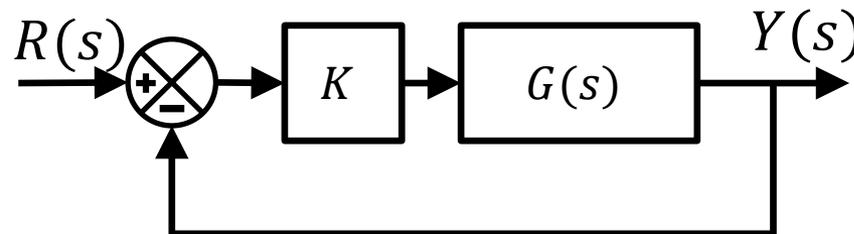
$$\omega_c = \omega_n \sqrt{\sqrt{1 + 4\zeta^4} - 2\zeta^2}$$

- **Margen de fase**

$$M_F = \arctan \left(\frac{2\zeta}{\sqrt{\sqrt{1 + 4\zeta^4} - 2\zeta^2}} \right) \approx 100\zeta$$

Ajuste de la ganancia

- Variación de la ganancia K
 - **Desplaza verticalmente** el diagrama de **ganancia**
 - **No modifica** el diagrama de **fase**
 - Cambia ω_c y $M_F \Rightarrow$ Respuesta en **bucle cerrado**
- Como en el lugar de las raíces, es posible
 - **(Des)estabilizar** el sistema
 - Modificar el **transitorio**
 - **Reducir** el error

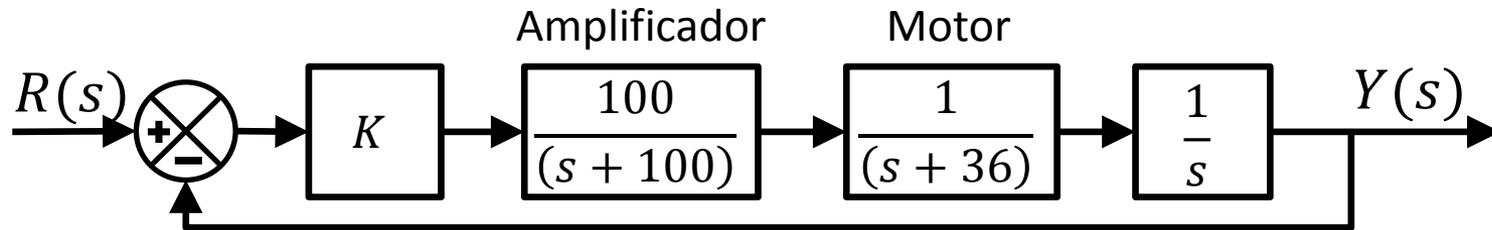


Procedimiento para ajustar K

1. Identificación de **requisitos** (M_F deseado)
2. Dibujar el **diagrama de Bode** de $G(s)$
3. Identificar **frecuencia** ω_c^* que produce dicho M_F
4. Identificar **ganancia necesaria** en ω_c^*
5. Calcular **K correspondiente**
6. Verificación de resultados

Ejemplo

- Sistema de control de posición



- Encontrar la ganancia, K , que produce una sobreoscilación del 9.5%

1. Identificación de requisitos

- Cálculo de ζ

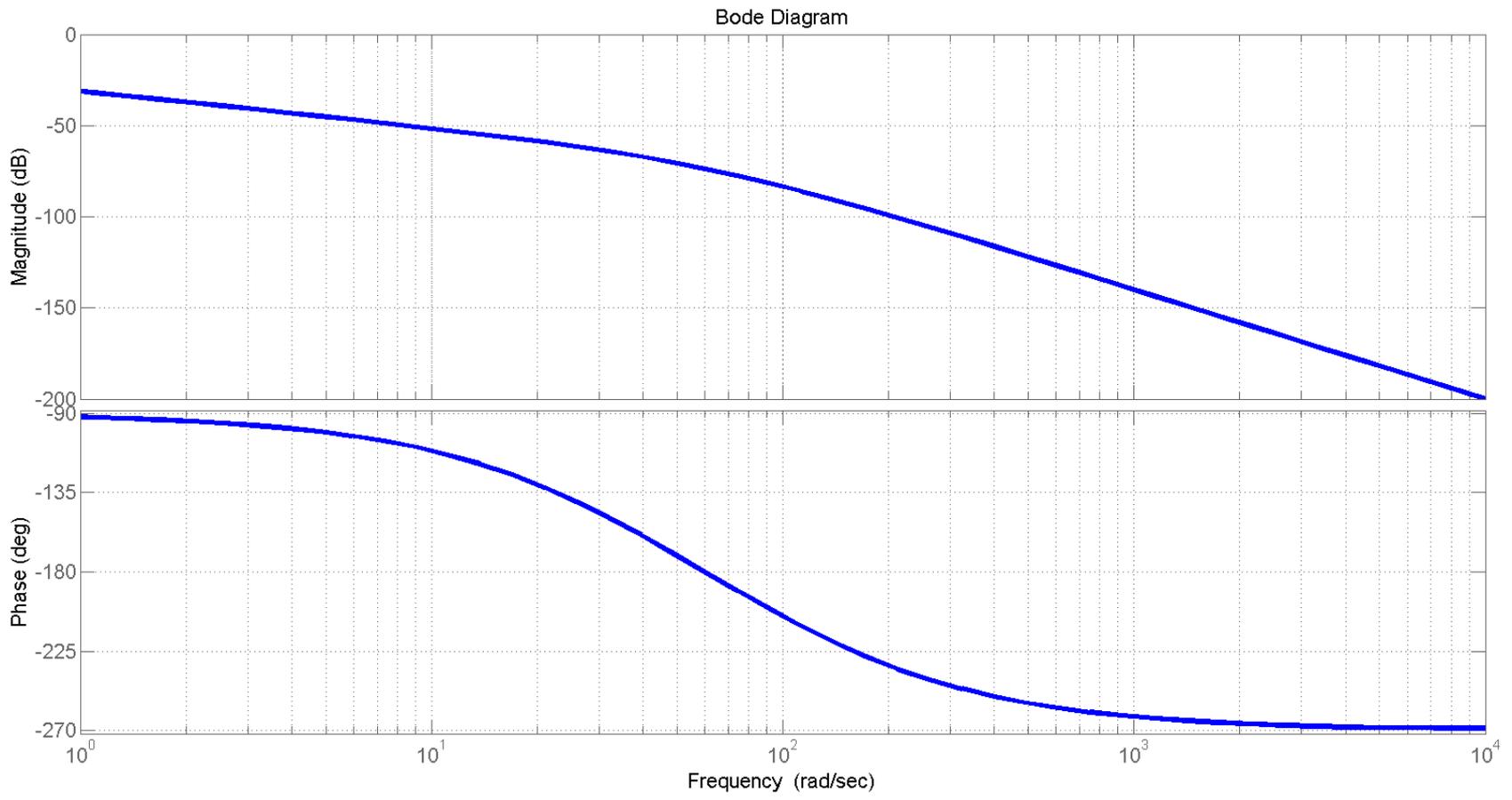
$$\zeta = \frac{-\ln 0.095}{\sqrt{\pi^2 + \ln^2 0.095}} = 0.6$$

- Cálculo de M_F

$$M_F = \operatorname{atan} \left(\frac{2\zeta}{\sqrt{-2\zeta^2 + \sqrt{1 + 4\zeta^4}}} \right) = 59.2^\circ \approx 100\zeta$$

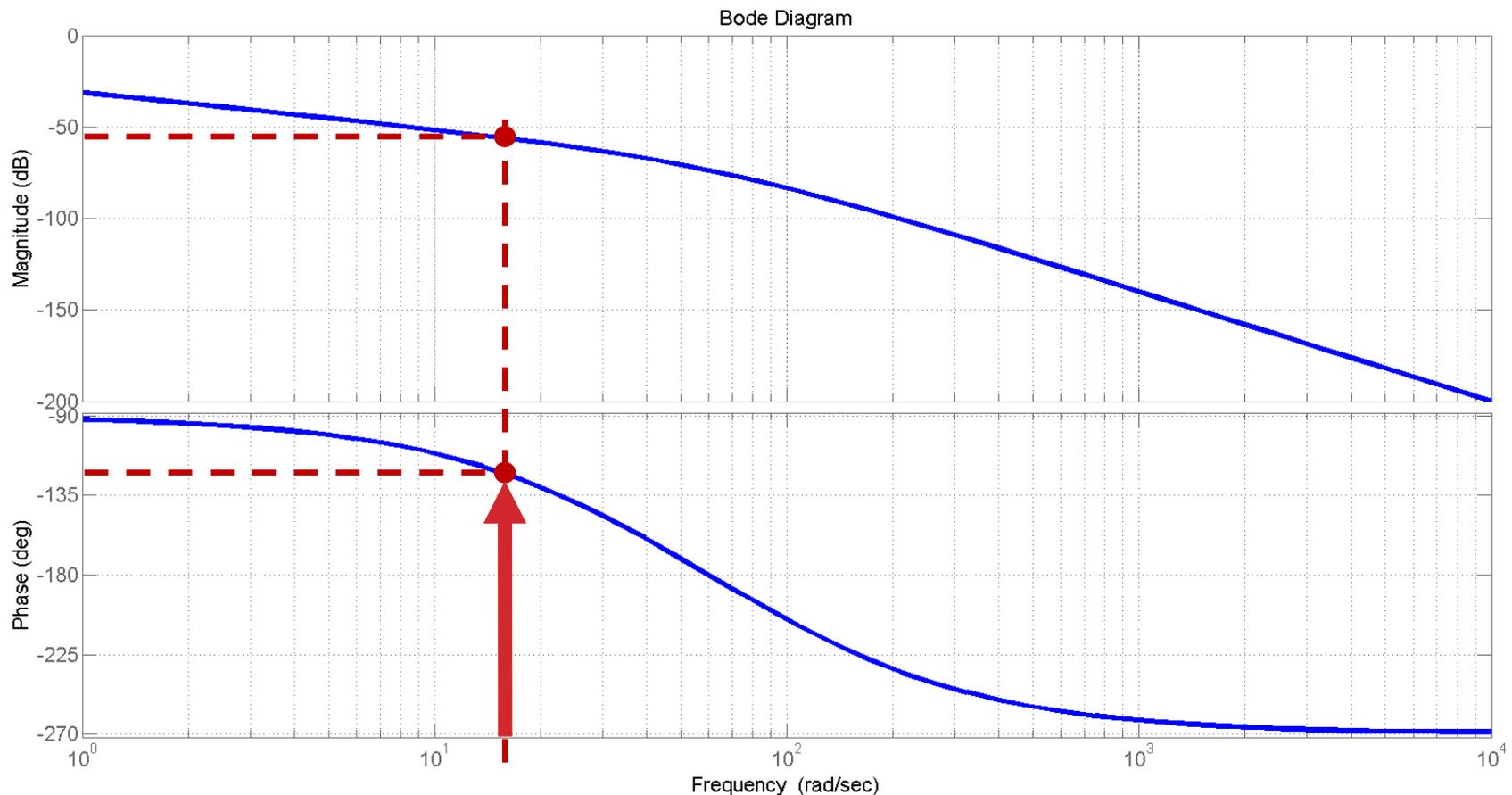
2. Dibujo del diagrama de Bode

```
s = tf('s');  
G = 100/s/(s+100)/(s+36);  
bode(G)
```



3. Identificar frecuencia para M_F

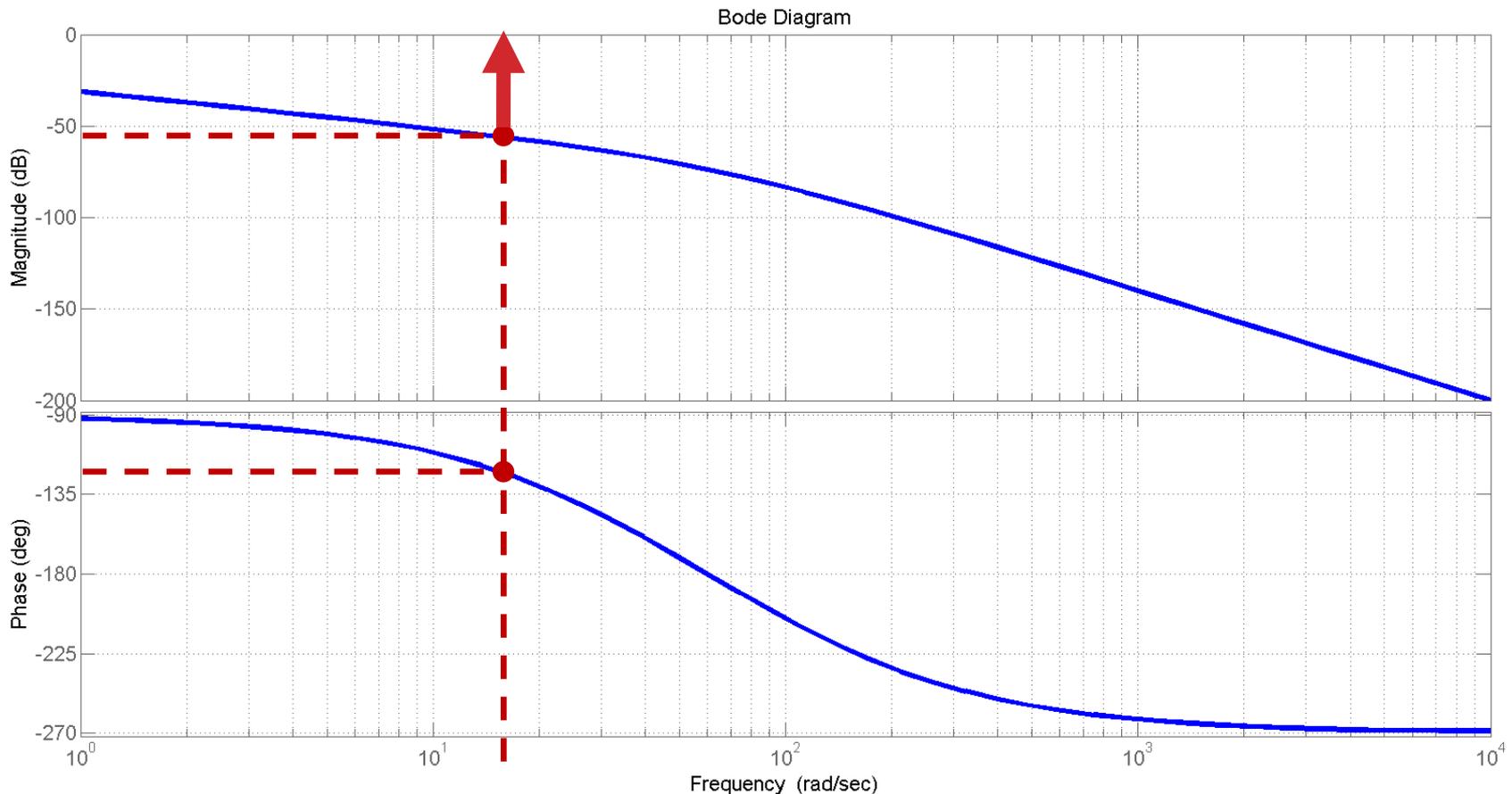
- Fase deseada = $-180^\circ + 59.2^\circ = -120.8^\circ$
- Frecuencia identificada $\omega^* \approx 15.0$ rad



4-5. Ganancia y cálculo de K

- Ganancia necesaria $\approx 55.4\text{dB}$
- Valor de K

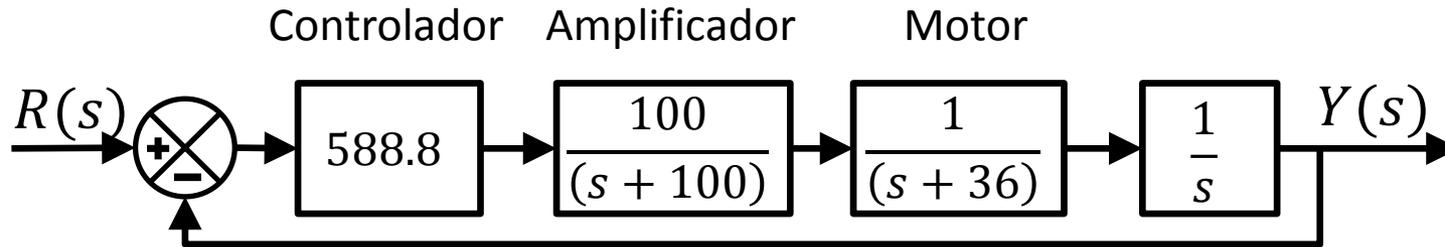
$$20 \log K = 55.4\text{dB} \Rightarrow K = 10^{\frac{55.4}{20}} = 588.8$$



6. Verificación

- Verificar resultados

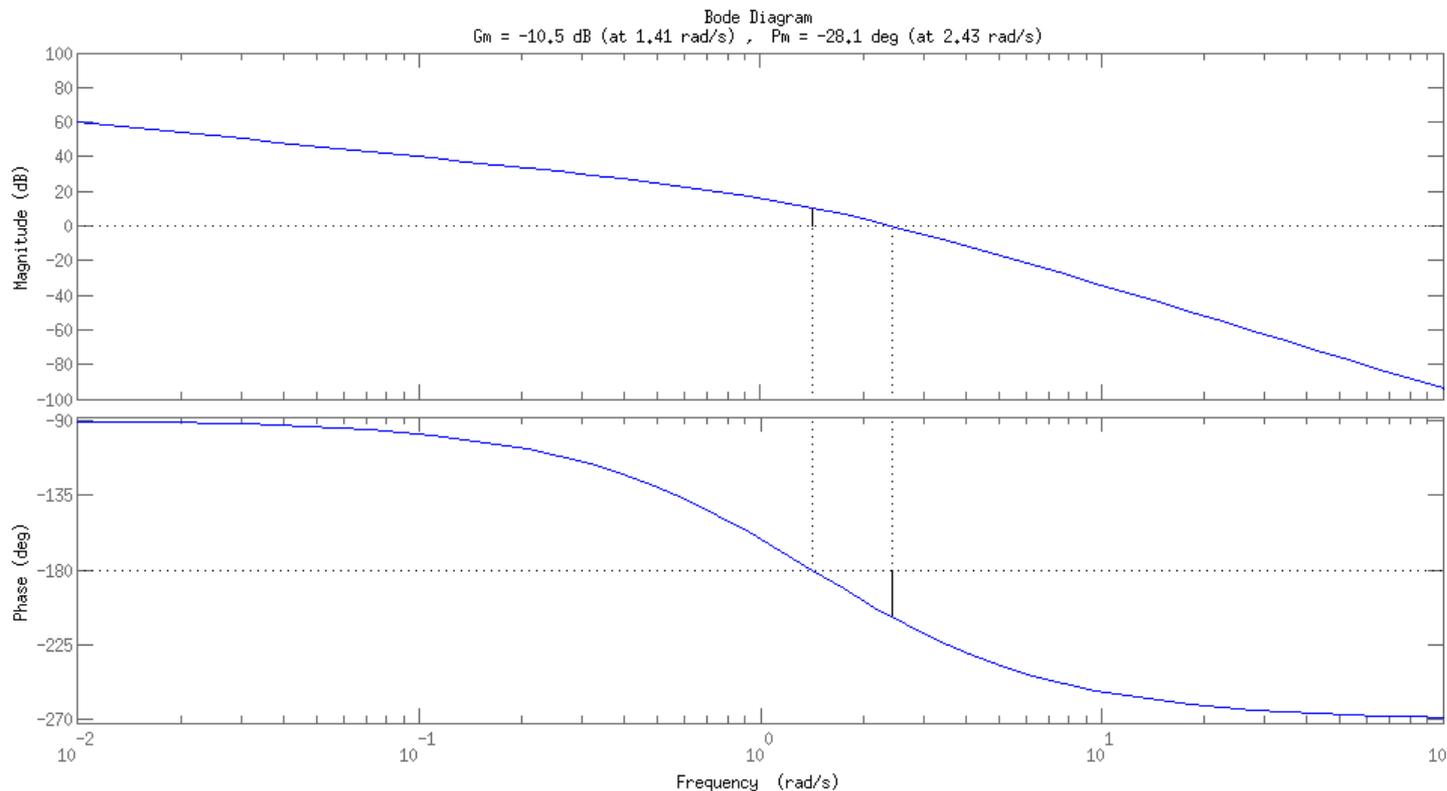
$$C(s) = 588.8$$



```
s = tf('s');  
G = 100/s/(s+100)/(s+36);  
margin(588.8*G)  
step(feedback(588.8*G,1))
```

Síntesis frecuencial

- En algunos caso no se puede controlar el sistema con un controlador proporcional
 - Cambio en el error
 - Inestabilidad

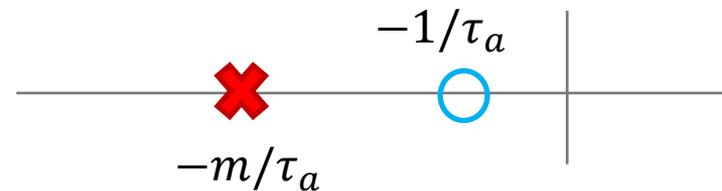
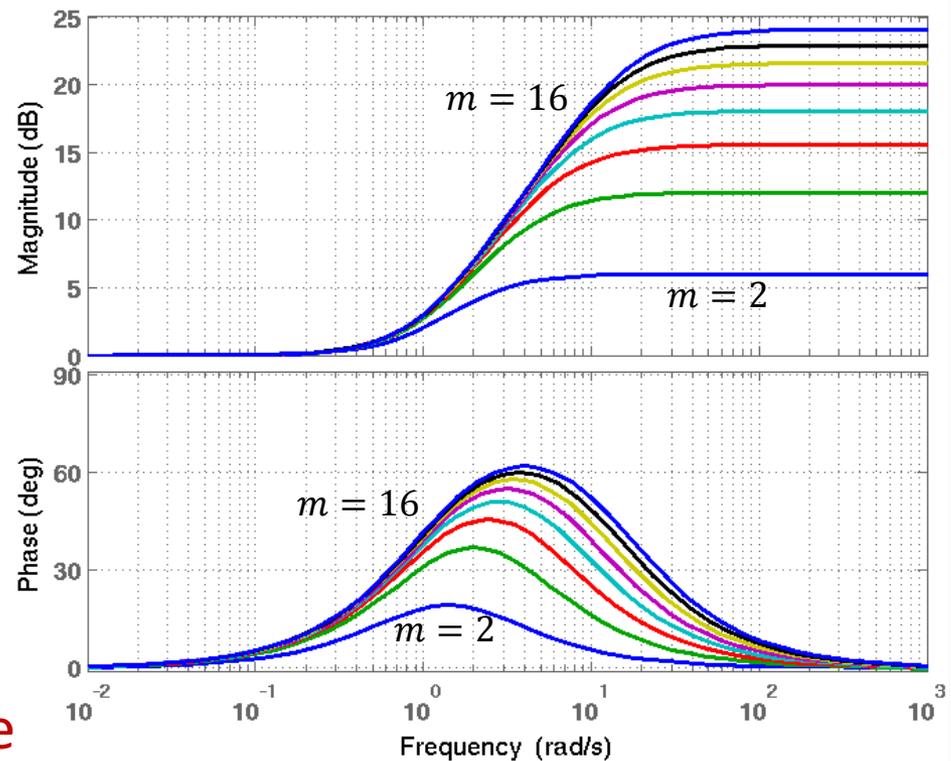


Redes de anticipo

- Es una red del tipo:

$$C_a(s) = \frac{1 + \tau_a s}{1 + \frac{\tau_a}{m} s}$$

- $m \geq 2$
- Un **polo** y un **cero**
- Se busca un **anticipo de fase**
 - Máximo 60° , se pueden poner más en **cascada**
- Modulo crece rápidamente para $\omega\tau_a > 1$
- $\omega\tau_a$ **pulsación normalizada**
- Se usan las características en baja frecuencia



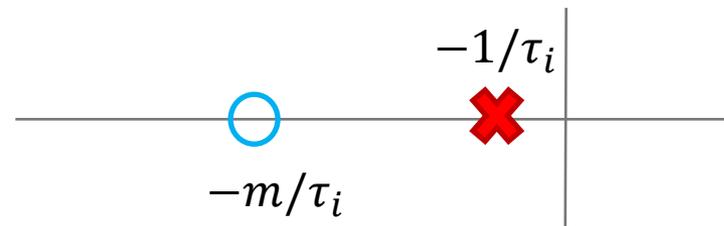
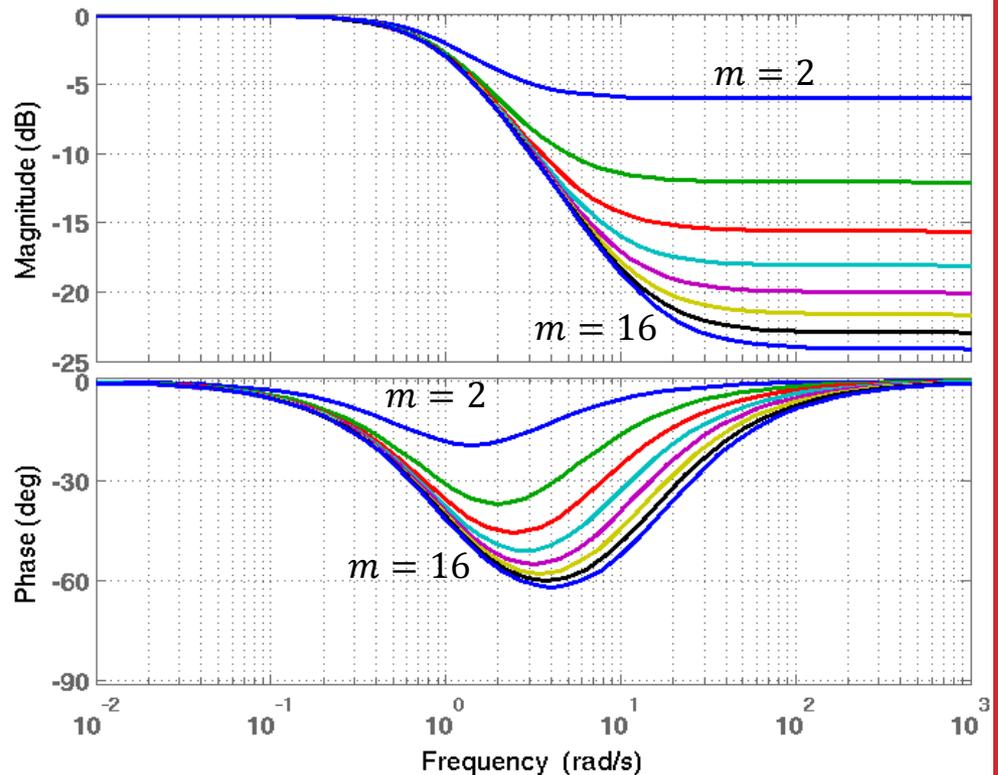
Aumentar margen de fase para conseguir estabilidad, reducir sobreoscilación, mejorar tiempo de respuesta

Redes de retardo

- Es una red del tipo:

$$C_r(s) = \frac{1 + \frac{\tau_i}{m} s}{1 + \tau_i s}$$

- $m \geq 2$
- Un **polo** y un **cero**
- Reducción de **amplitud** sin alterar la **fase**
- Compensación de la ganancia
- $\omega\tau_a$ **pulsación normalizada**
- Se usan las características en alta frecuencia

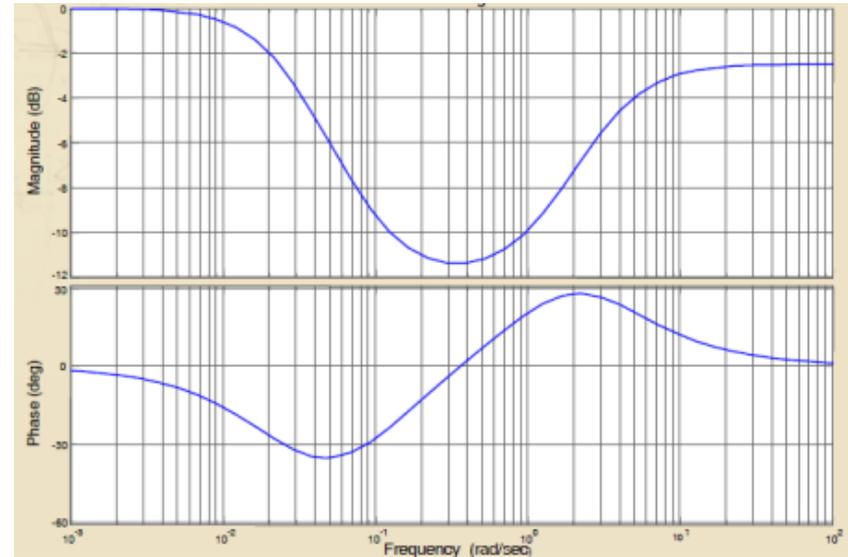


Reducir ganancia, reducir ancho de banda (mejor tolerancia a ruido de alta frecuencia), aumentar margen de fase

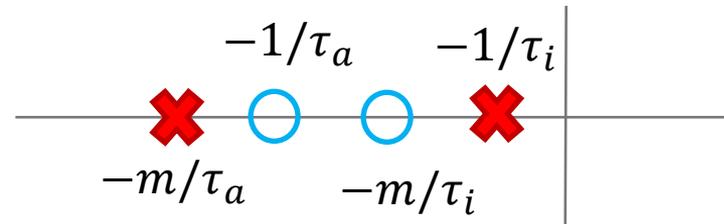
Redes de anticipo-retardo (lead-lag)

- Es una red del tipo:

$$C(s) = \frac{1 + \tau_a s}{1 + \frac{\tau_a}{m} s} \cdot \frac{1 + \frac{\tau_i}{m} s}{1 + \tau_i s}$$

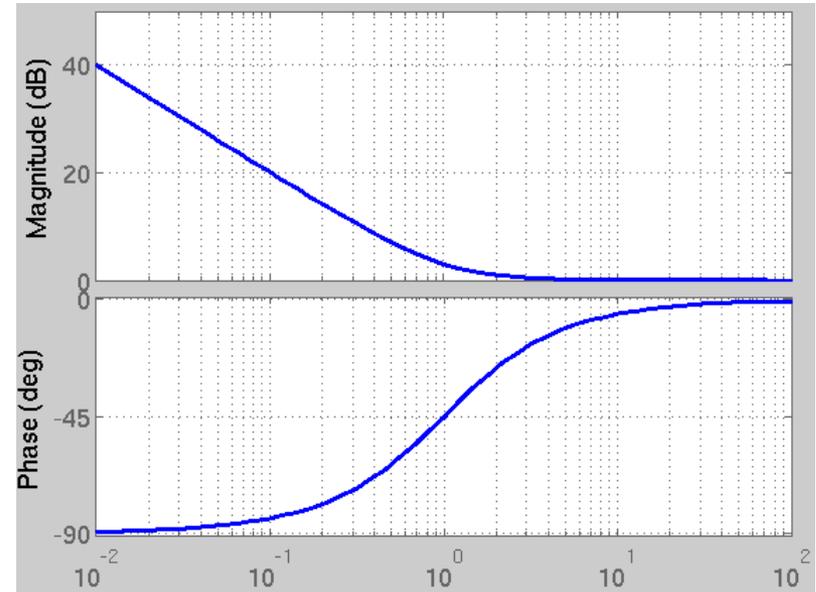


- Producto de una de **anticipo** y otra de **retardo**
 - Recuperación de **fase**
 - Compensación del **módulo**
- Se calcula antes la red de **anticipo** (para recuperar fase) y luego la de **retardo** para compensar la ganancia



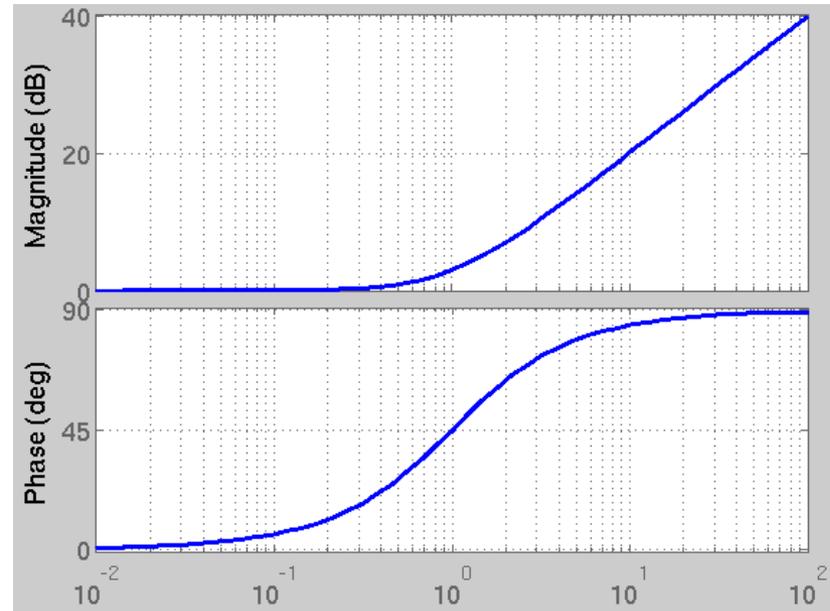
Interpretación frecuencial de PI

- Aumenta la **ganancia** a bajas frecuencia
- Aumenta el **desfase** a bajas frecuencias
- Permite **reducir** la frecuencia de corte sin necesidad de reducir la ganancia a baja frecuencia (la precisión)
- Puede disminuir el **margen de fase** (si la frecuencia de corte está en la zona en la que se aumenta el desfase)
- Permite disminuir el efecto del **ruido** (de alta frecuencia)

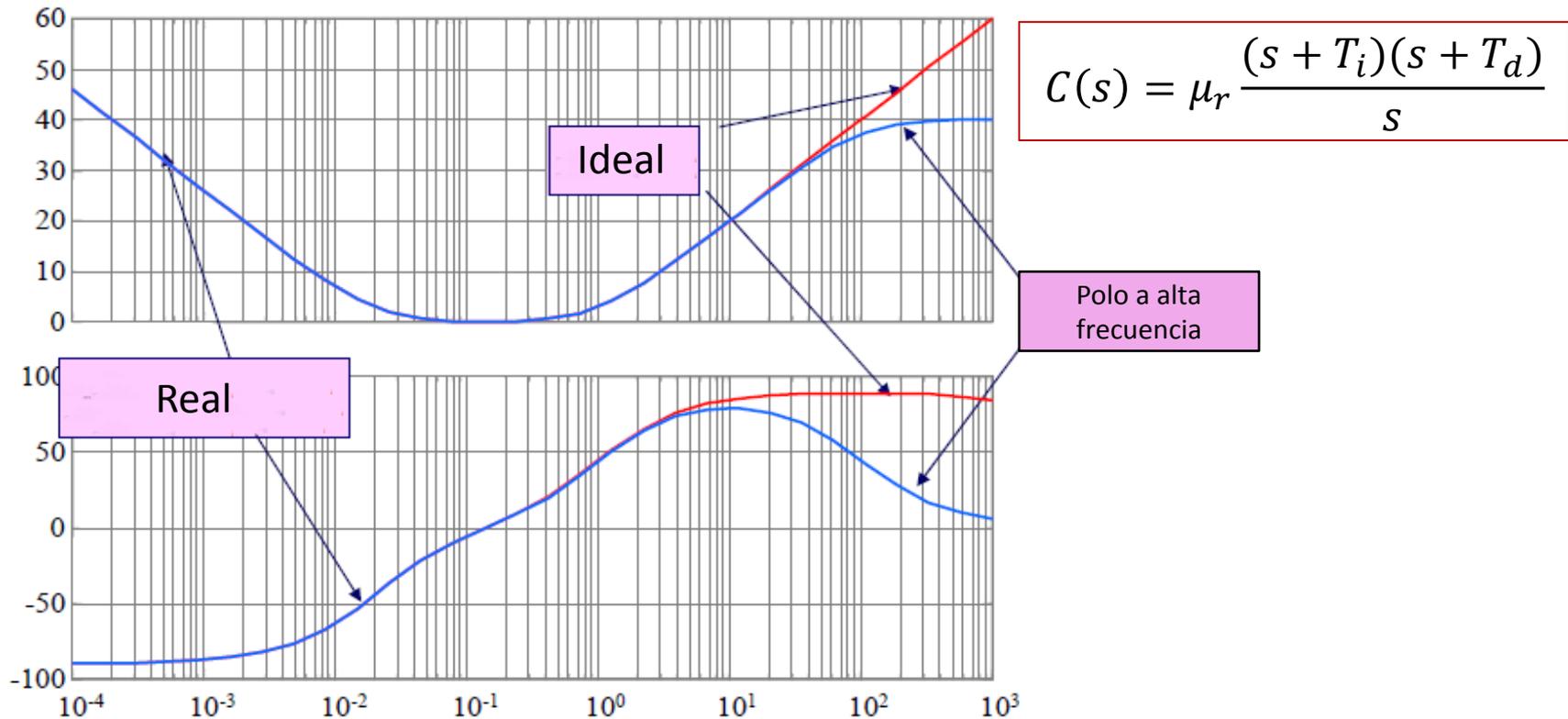


Interpretación frecuencial de PD

- Aumenta la **ganancia** a alta frecuencia
- Reduce el **desfase** a frecuencias altas y medias
- Puede aumentar el **margen de fase**, si la frecuencia crítica está en la zona en la que reduce el desfase (en cuyo caso también aumenta la frecuencia de corte)
- Empeora el comportamiento frente al **ruido** (de alta frecuencia)

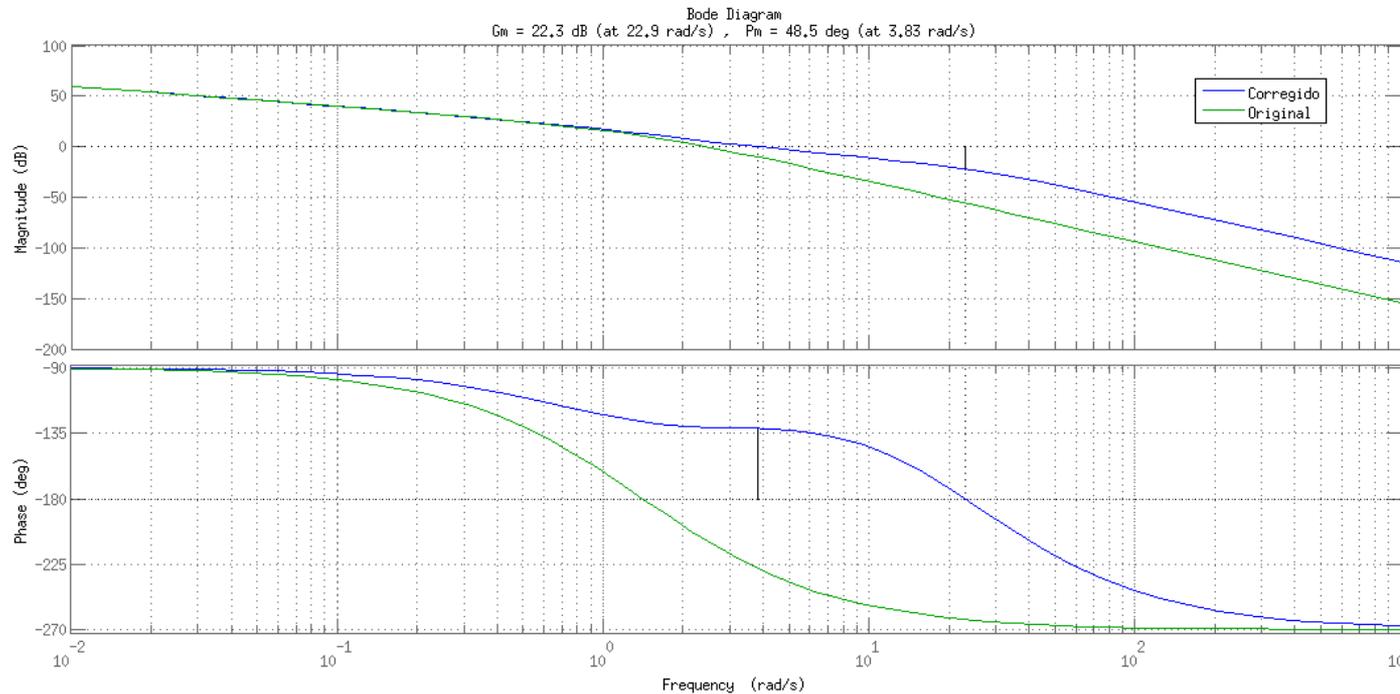


Interpretación frecuencial del PID



- Suma de las tres acciones (linealidad)
- Forma dependiente de la **posición de los ceros** y del **polo**
- El polo introducido para la **realizabilidad física** modifica el comportamiento a frecuencias altas

Aplicación de los controladores



- Redes de anticipo/retardo para alterar **especialmente uno** de los dos diagramas
 - Estabilización
 - Requisitos de permanente
 - Requisito de transitorio

Resumen

- La síntesis frecuencial permite **diseñar un controlador** a partir del **análisis frecuencial** de la planta
 - Utilizando las relaciones existentes entre los diagramas de bode de la planta en **lazo abierto** y la respuesta en **lazo cerrado**
- Es un proceso **iterativo** en los que se usan acciones básicas de control
 - Redes de anticipo, retardo, anticipo/retardo
 - Controladores P, PI, PD o PID
- La síntesis frecuencial es aplicable **sólo** a sistemas de **fase mínima**